AJA Command and Staff University
Military Science and Tactics
https://www.qjmst.ir/ Online ISSN: 4520-2676 Print ISSN: 2008-191x

Analytical Hierarchy Process in modeling and solving matrix games in neutrosophic environment and its application in military problems

Hamid Bigdeli[1]✉ | Mohammad Mousazadeh[2]

1. Assistant Prof, Institute for the Study of War, AJA Command and Staff University, Tehran, Iran. E-mail: H.bigdeli@casu.ac.ir
2. Researcher, Institute for the study of war, AJA Command and Staff University. Tehran.Iran. E-mail: Mohammad.m.mqp@gmail.com

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 20 February 2023
Received in revised form 25 April 2023
Accepted 23 June 2023
Published online 4 September 2023

Keywords:
Game Theory, Analysis Hierarchy, Neutrosophic Fuzzy Set, Military Decision Making.

ABSTRACT

Objective: The war environment is a conflict situation and operations research is one of the used techniques to make decisions in different battle conditions. In this article, game theory is used to model the conflict situation, which is one of the widely used methods in the military field.
Method: In this article, after modeling the problem as a matrix game, a hierarchical analysis method is proposed to determine the payoffs and prioritize the outputs of the game. On the other hand, due to the fact that in the real world information is presented in an imprecise and ambiguous way, Neutrosaphic collections have been used to express this information. A method of solving the hierarchical analysis problem with Neutrosaphic data is proposed and then solving the game problem with the outputs of the hierarchical analysis method is discussed.
Findings: To solve the matrix game problem with neutrosaphic payoffs, the concept of nearest interval approximation of the generalized triangular neutrosaphic fuzzy number is used and the game model is written as a problem with interval payoffs. In the following, a method is proposed to solve this game problem. Finally, the solution of a practical example in military problems has been investigated with the proposed method. To solve this problem, two optimistic and pessimistic problems have been proposed for each player, and by solving these problems, the optimal solutions of the players are obtained in two optimistic and pessimistic states.
Conclusion: Efficiency and simplicity in the problem solving method as well as the ability to develop the proposed method to game problems with interval-type payoffs are among the results of this research.

Cite this article: Bigdeli, H., & Mousazadeh, M. (2023). Analytical Hierarchy Process in modeling and solving matrix games in neutrosophic environment and its application in military problems. Military Science and Tactics, 19(64), 5-31. doi: 10.22034/qjmst.2023.544038.1627

Publisher: Command and Staff University
DOI: 10.22034/qjmst.2023.544038.1627

فصلنامه علمی علوم و فنون نظامی
دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا
https://www.qjmst.ir/ شاپای الکترونیکی: ۲۶۷۶-۴۵۲۰ شاپای چاپی: ۱۹۱X-۲۰۰۸

فرآیند تحلیل سلسله مراتبی در مدل‌سازی و حل بازی‌های ماتریسی در محیط نوتروسوفیک و کاربرد آن در مسائل نظامی

حمید بیگدلی[1]✉ | محمد موسی‌زاده [۲]

۱. استادیار پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران ایران. رایانامه: H.bigdeli@casu.ac.ir

۲. پژوهشگر، پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران. رایانامه: Mohammad.m.mqp@gmail.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
مقاله پژوهشی
مقالهٔ پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۲/۰۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۲/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۰۲

تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۶/۱۳

کلیدواژه‌ها:
نظریه بازی، تحلیل سلسله‌مراتبی، مجموعه فازی نوتروسافیک، تصمیم‌گیری نظامی.

چکیده

هدف: محیط جنگ یک موقعیت تعارضی است و تحقیق در عملیات یکی از فنون مورد استفاده برای تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری در شرایط مختلف نبرد است. در این مقاله برای مدل‌سازی وضعیت تعارضی از نظریه بازی استفاده شده است که از جمله روش‌های پر کاربرد در حوزه نظامی است.

روش: در این مقاله پس از مدل‌سازی مسأله به صورت بازی ماتریسی، برای تعیین عایدی‌ها و اولویت‌بندی خروجی‌های بازی، روش تحلیل‌سلسله مراتبی پیشنهاد شده است. از طرفی با توجه به اینکه در دنیای واقعی اطلاعات به صورت نادقیق و مبهم ارائه می‌گردند، مجموعه‌های نوتروسافیک برای بیان این اطلاعات به کار گرفته شده است. یک روش حل مسأله تحلیل سلسله مراتبی با داده‌های نوتروسافیک پیشنهاد شده و سپس حل مسأله بازی با خروجی‌های حاصل از روش تحلیل سلسله مراتبی مورد بحث قرار گرفته است.

یافته‌ها: برای حل مسأله بازی ماتریسی با عایدی‌های نوتروسافیک، مفهوم تقریب نزدیکترین بازه عدد فازی نوتروسافیک مثلثی تعمیم‌یافته مورد استفاده قرار گرفته و مدل بازی به صورت یک مسأله با عایدی‌های بازه‌ای نوشته شده است. در ادامه روشی برای حل این مسأله بازی پیشنهاد شده است. در نهایت حل یک نمونه مسأله کاربردی در مسائل نظامی با روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. برای حل این مسأله، دو مسأله خوش‌بینانه و بدبینانه برای هر بازیکن پیشنهاد شده است که با حل این مسائل راهکارهای بهینه بازیکنان در دو حالت خوش‌بینانه و بدبینانه به دست می‌آید.

نتیجه‌گیری: کارایی و سادگی در روش حل مسأله و همچنین قابلیت توسعه روش پیشنهادی به مسائل بازی با عایدی‌های از نوع بازه‌ای از جمله نتایج این تحقیق است.

استناد: بیگدلی، حمید و موسی‌زاده، محمد. (۱۴۰۲). فرآیند تحلیل سلسله مراتبی در مدل‌سازی و حل بازی‌های ماتریسی در محیط نوتروسوفیک و کاربرد آن در مسائل نظامی. علوم و فنون نظامی, ۱۹(۶۴), ۵-۳۱. doi: 10.22034/qjmst.2023.544038.1627

ناشر: دانشگاه فرماندهی و ستاد ارتش جمهوری اسلامی ایران.

مقدمه

محیط جنگ یک موقعیت تعارضی است. بازیکنان(فرمانده نیروها) اطلاعات کاملی نسبت به حریف و تاکتیک او ندارند. تصمیم‌گیری صحیح یکی از مسائل کلیدی است که می‌تواند در این محیط شرایط را برای طرفین درگیری دستخوش تغییر نماید. فرمانده عملیات می‌باید تمامی احتمالات را در نظر بگیرد. راهبردها و تاکتیک‌های مختلف حریف را بررسی و با راهبردها و تاکتیک‌های خود مقایسه کند. در این موقعیت طبقه‌بندی شاخص‌ها و بررسی عایدی انواع سناریوها یک دید کلی را برای فرماندهی ایجاد می‌کند. یکی از روش‌های مدل‌سازی مسائل در این شرایط، نظریه بازی‌ها است.

نظریه بازی‌ها یکی از شاخه‌های تحقیق در عملیات است که به مدل‌سازی و حل مسائل تعارض می‌پردازد. نظریه بازی‌ها پس از انتشار کتاب «نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی» توسط وان نیومن و مورگنسترن[1] (۱۹۴۴) به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفت. مسائل بازی در نظریه بازی‌ها تقسیم‌بندی‌های مختلفی دارند که در یک تقسیم‌بندی کلی بازی‌ها به دو صورت بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه طبقه‌بندی می‌شوند. بازی‌های غیرهمکارانه که موضوع این مقاله هستند، به دو نوع کلی بازی‌های مجموع صفر (ماتریسی) و مجموع ناصفر (دوماتریسی) طبقه‌بندی می‌شوند. بازی‌های ماتریسی از نوع بازی‌های کاملا رقابتی هستند، به طوری که در این بازی‌ها آن‌چه یک بازیکن به دست می‌آورد، به همان میزان بازیکن دیگر از دست می‌دهد.

یکی از کاربردهای مهم نظریه بازی‌ها، مدل‌سازی و حل مسائل نظامی است که عموما به صورت بازی‌های ماتریسی مدل‌سازی می‌شوند. هایوود[2] (۱۹۵۴) استفاده از نظریه بازی را برای تصمیم‌گیری نظامی هنگام حضور در دانشگاه جنگ هوایی[3] پیشنهاد داد. این اثر در مقاله‌ای به نام "تصمیم نظامی و نظریه بازی" به چاپ رسید. در ادامه کانتول[4] (۲۰۰۳) یک روش ده مرحله‌ای گام به گام را برای کمک به تحلیلگران در مقایسه راهکارها برای تصمیمات نظامی ارائه داد. او روش خود را با استفاده از مورد مطالعاتی نبرد در تاننبرگ[5] که بین روسیه و آلمان در سال ۱۹۱۴ صورت گرفت شرح داد.

---

[1] Neumann Morgenstern and
[2] Haywood
[3] Air War College
[4] cantwell
[5] Battle of Tannenberg

در نظریه بازی کلاسیک، عایدی‌های بازیکنان به صورت قطعی بیان می‌شود اما در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، عدم قطعیت در داده‌ها وجود دارد. عدم قطعیت در داده‌ها را می‌توان به دو صورت بیان کرد که اولین نوع آن ناشی از تصادفی بودن داده‌ها است و دیگری ناشی از ابهام در اطلاعات می‌باشد. برای مدل‌سازی عدم قطعیت نوع تصادفی بودن از نظریه احتمال استفاده می‌شود و برای مدل‌سازی عدم قطعیت نوع ابهام نظریه مجموعه‌های فازی معرفی شده است(بیگدلی، ۲۰۱۷).

یکی از مشکلات عمده در مدل‌های بازی ارائه عایدی‌های بازیکنان است که عمدتا توسط قضاوت انسانی ارائه می‌گردند، لذا داده‌ها در این مدل‌ها به صورت غیرقطعی بیان می‌شوند. یکی از روش‌های مقایسه راهبردها و مدل‌سازی عدم قطعیت داده‌ها استفاده از روش تحلیل سلسله مراتبی نوتروسافیک است.

سوال اصلی این تحقیق در دوبخش مدل‌سازی و حل مسأله ارائه می‌گردد. برای مدل‌سازی مسأله در شرایط عدم قطعیت از کدام نوع از مجموعه‌های غیرقطعی استفاده شود و این داده‌ها برچه مبنایی وارد مدل شوند؟ برای حل مدل بازی ارائه شده در محیط فازی چه روشی پیشنهاد می‌گردد؟

ادامه این مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است:

دربخش ۲ مبانی نظری و پیشینه پژوهش ارائه گردیده است. دربخش ۳ بازی مجموع صفر در محیط فازی نوتروسافیک مورد بررسی قرار گرفته و نحوه به کارگیری روش تحلیل فرآیند سلسله مراتبی نوتروسافیک برای تعیین عایدی‌های بازی شرح داده شده است. در ادامه یک نمونه کاربرد مسأله نظامی در شرایط مسئله ارائه شده و با روش حل پیشنهادی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتیجه‌گیری و پیشنهادات نیز دربخش ۴ ارائه شده است.

مبانی نظری و پیشینه‌های پژوهش

پیشینه‌های‌پژوهش

نظریه بازی، تجزیه و تحلیل تعامل استراتژیک بین تصمیم‌گیرندگان منطقی با استفاده از مدل‌های ریاضی است. این امر در زمینه‌های مختلف پژوهش برای توضیح علت اینکه چرا یک شخص تصمیم خاص می‌گیرد و چگونه تصمیمات یک فرد بر دیگران تأثیر می‌گذارد، اعمال می‌شود. کانتول (۲۰۰۳) در تعیین روش‌های عملی، تکنیکی را با استفاده از بازی‌های مجموع صفر برای تقویت تصمیم‌گیری نظامی معرفی کرد. وی پیشنهاد کرد که از مقادیر ترتیبی برای پر کردن ماتریس عایدی بازی مجموع صفر استفاده شود و سپس بازی حل شود. با جایگزینی مقادیر ترتیبی با مقادیراصلی و با استفاده از روش تصمیم‌گیری چندشاخصه، مثالی را مطرح

کرد. تجزیه و تحلیل با تبدیل بازی از یک بازی مجموع صفر به یک بازی مجموع ناصفر و بررسی جواب‌ها ادامه یافت. استفاده از AHP[1] و TOPSIS[2]، روش ترکیبی تصمیم‌گیری چند شاخصه، برای ارزیابی ۹ مرحله حمله تروریستی بر اساس داده‌های بیست و یک حادثه تروریستی جداگانه و با استفاده از روش‌های آماری برای تجزیه و تحلیل تکرارها استفاده شد. این ارزیابی‌ها در مقاله‌ای تحت عنوان نظریه بازی در تصمیم نظامی ارائه شد. این پژوهش رویکرد جدیدی را برای تجزیه و تحلیل حساسیت در مشکلات تصمیم‌گیری چند شاخصه ارائه داد که در آن اگر وزن‌های یک شاخص تغییر کند، می‌توان تغییرات نتایج را ارزیابی نمود (Karthy et al, 2020).

وانگ و همکاران[3] (۲۰۰۸) در پژوهشی به ارزیابی اثربخشی نبرد هوایی بین هواپیماهای نظامی با استفاده از روش AHP و TOPSIS فازی پرداختند. نبرد هوایی وسیله اصلی عملیاتی نیروی هوایی است. در این مقاله مساله ارزیابی اثربخشی نبرد هوایی به عنوان یک مسئله تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)[4] مدل‌سازی شده و یک مدل ارزیابی دو مرحله‌ای را ارائه داد که به صورت ترکیبی از تکنیک AHP فازی (فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی) و TOPSIS (تکنیک تشابه به راه حل ایده‌آل) است. این مطالعه با استفاده از روش AHP فازی برای تعیین وزن نسبی معیارهای ارزیابی چند شاخصه و رتبه‌بندی هواپیماهای کاندید، مورد استفاده قرار گرفت. نظر کارشناسان نسبت به اولویت‌ها تجمیع شده، سپس از TOPSIS برای بدست آوردن یک مقدار عملکرد هر گزینه برای تصمیم‌گیری نهایی استفاده می‌شود. برای نشان دادن چگونگی استفاده از این روش برای مسئله ارزیابی اثربخشی نبرد هوایی، یک مطالعه آزمایشی با استفاده از نمونه واقعی شامل هفت معیار ارزیابی و شش هواپیمای نظامی اولیه ارزیابی شده توسط ۱۵ کارشناس، انجام شده است. مطالعه موردی اثربخشی و امکان سنجی روش ارزیابی پیشنهادی را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد، روش پیشنهادی برای رتبه‌بندی اثربخشی عملیاتی هوا به هوا(air-to-air) هواپیماهای نظامی از نظر عملکردی با توجه به معیارهای وابستگی متقابل چندگانه است.

از زمان انتشار مقاله‌ای با عنوان «استراتژی تعارضی»، مطالعه نظریه بازی و روابط بین الملل ارتباط نزدیکی داشته است (Schelling, 1960). همانطور که از تمرکز رفتاری و روانشناسی

---

[1] analytic hierarchy process
[2] Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution
[3] Wang et al.
[4] Multiple Criteria Decision Making

اخیر برخی از محققان روابط بین الملل و اقتصاد دفاعی نیز مشهود است. با وجود این ارتباط، تصمیمات مربوط به عملیات نظامی به ندرت تحت تأثیر تحلیل نظریه بازی قرار گرفته است. واقعیتی که اغلب به ماهیت رفتاری نظریه بازی استاندارد نسبت داده می‌شود. در پژوهشی از روش انتخاب راه‌حل نظریه بازی رفتاری برای بازی‌های کلاسیک درگیری بین دولتی استفاده شده است. این پژوهش ابزاری برای آگاهی از طرح‌ریزی عملیات نظامی را بیان می‌کند.

در این پژوهش با بررسی مجدد مدل‌های کلاسیک بازدارندگی جنگ سرد و دیگر بازی‌های درگیری بین دولتی، نشان داده شد که چگونه تکنیک‌های نظریه بازی‌های مدرن مبتنی بر روان‌شناسی عامل، و همچنین توانایی عاملان برای تفکر استراتژیک یا یادگیری از تجربیات گذشته، می‌تواند بینش‌های بیشتری را در تصمیم‌گیری ارائه دهد.

این تحقیق اولین گام در ادغام نظریه بازی رفتاری با طرح‌ریزی عملیات نظامی بوده است. اجزای مختلف کار در BGT[1] (نظریه بازی رفتاری) و بسیاری از بازی‌های کلاسیک درگیری بین دولتی بررسی شده تا نشان دهند چگونه می‌توان بینش‌های مختلفی را از طریق مفاهیم جواب نظریه بازی مدرن و رفتاری به دست آورد. استفاده از BGT در چنین مدل‌های بنیادی به شکلی در دسترس، ارزش بالقوه آن‌ها را برای طرح‌ریزی عملیات نظامی برای مخاطبی که درک متوسط یا گسترده‌ای از طرح‌ریزی نظامی یا نظریه بازی دارند، نشان می‌دهد. به طور کلی، تکنیک‌های BGT جواب‌های تعادل نش را ارائه نمی‌دهند بلکه مکمل آن‌ها است (Caballero, 2020).

در یکی از مطالعات انجام شده، فاکس[2] (۲۰۱۶) مقاله‌ای تحت عنوان نظریه بازی کاربردی برای بهبود تصمیمات نظامی استراتژیک و تاکتیکی ارائه داد. او پیشنهاد کرد یک تغییر روش برای بدست آوردن برترین اولویت با استفاده از MADM[3] استفاده شود. او برای دستیابی به اولویت برتر با استفاده از تصمیم‌گیری چند شاخصه، به ویژه روش مقایسه زوجیAHP، یک تغییر در روش ارائه داد. دلیل ارائه این پیشنهاد عدم استفاده از اعداد ترتیبی با استراتژی‌های مختلط است. از ترکیب AHP و AHP-TOPSIS برای رتبه‌بندی گزینه‌ها از معیارهای بسیاری با زمینه‌های تحقیقاتی در صنعت، تجارت و دولت که شامل مواردی مانند شبکه‌های اجتماعی، شبکه‌های تاریک، برنامه‌ریزی در فاز تروریستی و هدف قرار دادن تروریست‌ها، استفاده شده است. در این پژوهش از یک مدل ساده بازی مجموع صفر دو نفره استفاده شده است. سپس

---

[1] Behavioral Game Theory
[2] Fox
[3] Multi-Attribute Decision-Making

اولویت‌های بازیکن۱ ارائه و با استفاده از AHP وزن معیارها محاسبه و ماتریس عایدی را مشخص شده است. در هر مرحله میزان نرخ ناسازگاری بررسی و کمتر از ۰. ۱ بوده است.

یکی از روش‌های مدل‌سازی عدم قطعیت در داده‌ها استفاده از مجموعه‌های فازی نوتروسافیک است. اطلاعات مبتنی بر سه‌بخش درستی، نامعینی، و نادرستی) را می‌توان با اعداد نوتروسافیک تک مقداره توصیف کرد. در مقاله (Kamac, 2021) کاربرد اعداد نوتروسافیک تک مقداره در نظریه بازی‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله، برخی عملیات‌های جدید برای افزایش غنای آمیختگی زبانی بر اساس رویکرد نوتروسافیک تک مقداره زبانی معرفی شده و فرمول مبتنی بر فاصله هامینگ[1] برای اندازه‌گیری فاصله بین دو عدد نوتروسافیک تک مقداره زبانی پیشنهاد شده است. سپس نظریه مجموعه نرم نوتروسافیک تک مقداره زبانی(LSVNS)[2] با ترکیب مجموعه‌های نوتروسافیک تک مقداره زبانی و مجموعه نرم ارائه شده و در ادامه، چارچوب روش LSVNS برای اولویت‌بندی بر اساس شباهت به راه حل ایده آل(TOPSIS)[3] ساخته و یک مدل نظریه بازی بر اساس این چارچوب تشریح شده است.

در زمینه تحلیل سلسله مراتبی نوتروسافیک مطالعات کمی صورت پذیرفته است. در یکی از این پژوهش‌ها عبدالباسط و همکاران[4] (۲۰۱۷) مقاله‌ای تحت عنوان تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره بر اساس فرآیند سلسله مراتب تحلیلی نوتروسافیک ارائه دادند. هدف اصلی این پژوهش ارائه روشی برای فرآیند تحلیل سلسله مراتبی(AHP) در محیط نوتروسافیک است. در برخی موقعیت‌های واقع بینانه، تصمیم‌گیرندگان ممکن است به دلیل دانش محدود خود یا تفاوت قضاوت‌های فردی در تصمیم‌گیری گروهی نتوانند مقادیر ارزیابی قطعی را به قضاوت‌های خود اختصاص دهند. برای غلبه بر این چالش‌ها از نظریه مجموعه‌های نوتروسافیک برای مدیریت AHP استفاده شده است که در آن هر قضاوت به صورت مقایسه زوجی، به‌عنوان یک عدد نوتروسافیک مثلثی(TNN) نشان داده می‌شود.

عبدالباسط و محمد[5](۲۰۲۱) پژوهشی تحت عنوان تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره بر اساس فرآیند تحلیل سلسله مراتب نوتروسافیک ارائه دادند. در این پژوهش برای قطعی‌سازی مقادیر نوتروسافیک فرمولی جدید پیشنهاد شده است.

---

[1] Hamming distance-based formula
[2] Linguistic single-valued neutrosophic soft sets
[3] Technique for order preference by similarity to ideal solution
[4] Abdel-Basset et al.
[5] Abdel-Basset and Mohamed

بیگدلی و طیبی (۲۰۱۸) مقاله‌ای تحت عنوان روش برنامه‌ریزی ریاضی برای حل و مدل‌سازی سناریوهای نبرد در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی دادند. در این مقاله فرآیند تصمیم‌گیری در سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی شرح شده داده است. به این منظور به بررسی مدل بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در سطح تاکتیکی و عملیاتی پرداخته شده است. در این مدل از متغیرهای زبانی در تنظیم جدول بازی عایدی استفاده شده است. با حل این مساله راهکارهای بهینه بازیکنان به دست می‌آید. در نهایت، نحوه مدل‌سازی یک سناریوی نبرد بیان شده و به کارگیری و حل مدل شرح داده شده است.

در مقاله حاضر، برای تعیین عایدی‌های بازی ماتریسی روش تحلیل سلسله مراتبی استفاده شده است و برای حل مسأله بازی ماتریسی با عایدی‌هایی از اعداد فازی نوتروسافیک مثلثی، مفهوم تقریب نزدیکترین بازه به کار گرفته شده است. در ادامه دو مسأله برای هر بازیکن تعریف گردیده که با حل آن‌ها می‌توان راهبردهای خوش‌بینانه و بدبینانه بازی را به دست آورد.

نوآوری تحقیق حاضر در دوبخش مدل‌سازی و روش حل مدل است. با توجه به اینکه در مدل‌سازی مسائل بازی، عدم قطعیت اطلاعات بدیهی است لذا برای مدل‌سازی این مشکل روش‌های مختلفی ارائه شده است که یکی از این روش‌ها استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی است. یکی از مجموعه‌های فازی پرکاربرد و نزدیک به واقعیت نظریه مجموعه‌های نوتروسافیک است، که در این مقاله از این نظریه برای مدل‌سازی عدم قطعیت داده‌ها استفاده شده است. یکی دیگر از مشکلات عمده در نظریه بازی‌ها ارائه عایدی‌های بازی است که معمولا توسط خبرگان و به صورت قضاوت انسانی انجام می‌گیرد که در این مقاله روش تحلیل سلسله مراتبی فازی پیشنهاد شده است. در ادامه یک روش برای حل مدل بازی حاصل پیشنهاد گردیده است.

مبانی نظری

در این‌بخش ابتدا به بیان برخی مفاهیم ابتدایی مورد نیاز برای این پژوهش می‌پردازیم.

مفاهیم اولیه مجموعه‌های نوتروسافیک

اسماراندج[1] در سال ۱۹۹۵ درجه عضویت نامعینی را به عنوان یک مولفه مستقل معرفی نمود. او در مباحث فلسفی با مسئله تشخیص بین نادرستی مطلق و نادرستی نسبی، درستی مطلق و درستی نسبی در منطق و عضویت مطلق و عضویت نسبی یا عدم عضویت مطلق و عدم عضویت

[1] Smarandache

نسبی در نظریه مجموعه‌ها مواجه شده بود. سامارانداج اصطلاح نوتروسافیک را پیشنهاد نمود که از ریشه نوتروسافی، ترکیبی از neutre فرانسوی یا لاتین آن neutral به معنی خنثی و sophia یونانی به معنی عقل و مهارت است (Samarandche, 1998).

یک مجموعه فازی، زیر مجموعه $\tilde{a}$ از مجموعه مرجع X با تابع عضویت $\mu_{\tilde{a}} = X \to [0,1]$ می‌باشد که به هر عنصر $x \in X$ یک عدد حقیقی $\mu_{\tilde{a}}(x)$ از بازه $[0,1]$ تخصیص می‌دهد.

فرض کنید $\boldsymbol{X}$ مجموعه مرجع باشد و $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}$. یک مجموعه نوتروسافیک $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ در $\boldsymbol{X}$ با توابع $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}$، $\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}$ و $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}$ به نام‌های تابع درستی عضویت، نامعینی عضویت و نادرستی عضویت مشخص می‌شود. $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}$، $\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}$ و $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}$ توابعی از $\boldsymbol{X}$ در $]\boldsymbol{0}^-, \boldsymbol{1}^+[$ هستند یعنی $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}, \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}, \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}: \boldsymbol{X} \to]\boldsymbol{0}^-, \boldsymbol{1}^+[$ که زیر مجموعه‌هایی از اعدادحقیقی استاندارد یا غیر استاندارد $]\boldsymbol{0}^-, \boldsymbol{1}^+[$ هستند.

مجموعه فازی نوتروسافیک را می‌توان به صورت $\widetilde{\boldsymbol{A}} = \{\langle \boldsymbol{x}, (\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}, \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}, \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}) \rangle : \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}\}$ بیان کرد. با توجه به اینکه $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}$، $\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}$ و $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}$ زیر مجموعه‌هایی از $]\boldsymbol{0}^-, \boldsymbol{1}^+[$ هستند پس

$$\boldsymbol{0}^- \leq \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{3}^+, \ \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}. \quad (۱)$$

یک مجموعه تک مقداره $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ به صورت $\widetilde{\boldsymbol{A}} = \{\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) \rangle : \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}\}$ نمایش داده می‌شود که در آن $\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}:: \boldsymbol{X} \to [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$، $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}:: \boldsymbol{X} \to [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ و $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}:: \boldsymbol{X} \to [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ در شرط زیر صدق می‌کنند:

$$\boldsymbol{0} \leq \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{3}, \ \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \quad (۲)$$

اعداد $T_{\widetilde{A}}(x)$، $I_{\widetilde{A}}(x)$ و $F_{\widetilde{A}}(x)$ به ترتیب درجات درستی عضویت، نامعینی عضویت و نادرستی عضویت عنصر x از $\widetilde{A}$ هستند.

یک مجموعه نوتروسافیک تک مقداره $\widetilde{\boldsymbol{A}} = \{\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) \rangle : \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}\}$، نرمال نوتروسافیک گفته می‌شود هرگاه سه نقطه $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{X}$ موجود باشند به طوری که $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{b}), = \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{1}$.

یک مجموعه نوتروسافیک $\widetilde{\boldsymbol{A}} = \{\langle \boldsymbol{x} + \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{x}) \rangle : \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}\}$ را محدب نوتروسافیک گویند هرگاه به ازای هر $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{X}$ و $\boldsymbol{\lambda} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$، شرایط زیر برقرار باشد:

۱) $\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{\lambda a} + (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{b}) \geq \boldsymbol{min}\{\boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{a}), \boldsymbol{T}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{b})\}$

۲) $\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{\lambda a} + (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{b}) \geq \boldsymbol{max}\{\boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{a}), \boldsymbol{I}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{b})\}$

۳) $\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{\lambda a} + (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{b}) \geq \boldsymbol{max}\{\boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{a}), \boldsymbol{F}_{\widetilde{A}}(\boldsymbol{b})\}$

یعنی تابع درستی عضویت محدب فازی و توابع نامعینی عضویت و نادرستی عضویت مقعر فازی هستند.

تعریف: فرض کنید $\widetilde{A} = \{\langle x + T_{\widetilde{A}}(x) + I_{\widetilde{A}}(x) + F_{\widetilde{A}}(x)\rangle : \forall x \in X\}$ یک مجموعه نوتروسافیک تک مقداره باشد. در این صورت $\widetilde{A}$ عدد نوتروسافیک تک مقداره گفته می‌شود هرگاه:

۱) $\widetilde{A}$ نرمال نوتروسافیک باشد.

۲) $\widetilde{A}$ محدب نوتروسافیک باشد.

۳) $T_{\widetilde{A}}$ نیمه پیوسته از بالا، $I_{\widetilde{A}}$ و $F_{\widetilde{A}}$ نیمه پیوسته از پایین باشند.

۴) پشتیبان $\widetilde{A}$ یعنی $S(\widetilde{A})$ کراندار است یعنی $S(\widetilde{A}) = \{T_{\widetilde{A}}(x) > 0, I_{\widetilde{A}}(x) < 1, F_{\widetilde{A}}(x) < 1, \forall x \in X\}$.

عدد نوتروسافیک مثلثی تعمیم یافته:

یک عدد نوتروسافیک مثلثی تک مقداری تعمیم یافته $\widetilde{A}$ با پارامترهای

$$c_1^F \le b_1^I \le a_1^T \le c_2 \le b_2 \le a_2 \le a_3^T \le b_3^I \le c_3^F,$$

به صورت

$$\widetilde{A} = \left((a_1^T, a_2, a_3^T; \omega_a), \left(b_1^I, b_2, b_3^I; \eta_a\right), (c_1^F, c_2, c_3^F; \tau_a)\right),$$

نمایش داده می‌شود که مجموعه‌ای از اعداد حقیقی است. توابع درستی عضویت، نامعینی عضویت و نادرستی عضویت به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$T_{\tilde{A}} = \begin{cases} \omega_a \dfrac{(x - a_1^T)}{(a_2 - a_1^T)} & ; \quad a_1^T \le x \le a_2, \\ \omega_a & ; \quad x = a_2, \\ \omega_a \dfrac{(a_3^T - x)}{(a_3^T - a_2)} & ; \quad a_2 \le x \le a_3^T, \\ o & ; \quad otherwise, \end{cases} \tag{۳}$$

$$I_{\tilde{A}} = \begin{cases} \eta_a \dfrac{(x - b_1^I)}{(b_2 - b_1^I)} & ; \quad b_1^I \le x \le b_2, \\ \eta_a & ; \quad x = b_2, \\ \eta_a \dfrac{(x - b_3^I)}{(b_3^I - b_2)} & ; \quad b_2 \le x \le b_3^I, \\ o & ; \quad otherwise, \end{cases} \qquad (۴)$$

$$F_{\tilde{A}} = \begin{cases} \tau_a \dfrac{(x - c_1^F)}{(c_2 - c_1^F)} & ; \quad c_1^F \le x \le c_2, \\ \tau_a & ; \quad x = c_2, \\ \tau_a \dfrac{(c_3^F - x)}{(c_3^F - c_2)} & ; \quad c_2 \le x \le c_3^F, \\ o & ; \quad otherwise. \end{cases} \qquad (۵)$$

برش عدد نوتروسافیک مثلثی تک مقداری (α, β, γ):

فرض کنید $\boldsymbol{\tilde{A} = \left((a_1^T, a_2, a_3^T; \omega_a), (b_1^I, b_2, b_3^I; \eta_a), (c_1^F, c_2, c_3^F; \tau_a)\right)}$ عدد نوتروسافیک مثلثی تک مقداری تعمیم یافته باشد. در این صورت زیر مجموعه قطعی از اعداد حقیقی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\boldsymbol{A_{\alpha,\beta,\gamma} = \{x | T_{\tilde{A}}(x) \ge \alpha, I_{\tilde{A}}(x) \le \beta, F_{\tilde{A}}(x) \le \gamma\}}$$
$$\boldsymbol{= \{[L^\alpha(\tilde{A}), R^\alpha(\tilde{A})], [L^\beta(\tilde{A}), R^\beta(\tilde{A})], [L^\gamma(\tilde{A}), R^\gamma(\tilde{A})]\}}$$
$$\boldsymbol{= \left\{ \begin{array}{l} \left[a_1^T + \dfrac{\alpha}{\omega_a}(a_2 - a_1^T), a_3^T - \dfrac{\alpha}{\omega_a}(a_3^T - a_2)\right], \\ \left[b_1^I + \dfrac{\beta}{\eta_a}(b_2 - b_1^I), b_3^I + \dfrac{\beta}{\eta_a}(b_3^I - b_2)\right], \\ \left[c_1^F + \dfrac{\gamma}{\tau_a}(c_2 - c_1^F), c_3^F + \dfrac{\gamma}{\tau_a}(c_3^F - c_2)\right]. \end{array} \right\}.} \qquad (۶)$$

تقریب نزدیک‌ترین بازه برای عدد نوتروسافیک: فرض کنید $\boldsymbol{\tilde{A}}$ و $\boldsymbol{\tilde{B}}$ دو عدد نوتروسافیک باشند فاصله بین آن‌ها می‌تواند طبق متریک اقلیدسی و به صورت زیر بیان شود:

$$\boldsymbol{\tilde{d}_E^2 = \frac{1}{2}\int_0^1 \left(T_{A_L}(\alpha) - T_{B_L}(\alpha)\right)^2 d\alpha + \frac{1}{2}\int_0^1 \left(T_{A_U}(\alpha) - T_{B_U}(\alpha)\right)^2 d\alpha}$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^1 \left(I_{A_L}(\alpha)-I_{B_L}(\alpha)\right)^2 d\alpha+\frac{1}{2}\int_0^1 \left(I_{A_U}(\alpha)-I_{B_U}(\alpha)\right)^2 d\alpha$$
$$+\frac{1}{2}\int_0^1 \left(F_{A_L}(\alpha)-F_{B_L}(\alpha)\right)^2 d\alpha+\frac{1}{2}\int_0^1 \left(F_{A_U}(\alpha)-F_{B_U}(\alpha)\right)^2 d\alpha. \quad (۷)$$

نزدیک‌ترین بازه عدد نوتروسافیک $\widetilde{A}$ با $\widetilde{C}_{d_E}(\widetilde{A}) = [C^L, C^R]$ نمایش داده می‌شود و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\widetilde{C}_{d_E}(\widetilde{A}) = \left[\int_0^1 \frac{T_{A_L}(\alpha)+I_{A_L}(\alpha)+F_{A_L}(\alpha)}{3} d\alpha, \int_0^1 \frac{T_{A_U}(\alpha)+I_{A_U}(\alpha)+F_{A_U}(\alpha)}{3} d\alpha\right]$$
$$= \left[\frac{a_1^T+b_1^I+c_1^F}{3}+\frac{a_2-a_1^T}{6\omega_a}+\frac{b_2-b_1^I}{6\eta_a}+\frac{c_2-c_1^F}{6\tau_a}, \frac{a_3^T+b_3^I+c_3^F}{3}+\frac{a_2-a_3^T}{6\omega_a}+\frac{b_3^I-b_2}{6\eta_a}+\frac{c_3^F-c_2}{6\tau_a}\right] \quad (۸)$$

بازی مجموع صفر

این نوع از بازی‌ها، غیرهمکارانه و کاملا رقابتی هستند، به عبارت دیگر زمانی که یک بازیکن مقداری دریافت می‌کند بازیکن دیگر به همان میزان از دست می‌دهد. در ادامه تعریف ریاضی بازی مجموع صفر ارائه می‌گردد.

تعریف: فرض کنید $I = \{1, \dots, m\}$ و $J = \{1, \dots, n\}$ به ترتیب مجموعه راهبردهای محض بازیکنان اول و دوم و f_1 و f_2 توابع عایدی بازیکنان اول و دوم باشند. وقتی بازیکن اول راهبرد محض $i \in I$ بازیکن دوم راهبرد محض $j \in J$ را انتخاب می‌کنند، $f_1(i,j)$ و $f_2(i,j)$ به ترتیب عایدی‌های بازیکنان اول و دوم هستند. اگر $f_1(i,j)+f_2(i,j)=0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J$ بازی را مجموع صفر می‌نامند. با تعریف $z_{ij} = f_1(i,j) = -f_2(i,j)$ بازی مجموع صفر در شکل نرمال را می‌توان به صورت ماتریسی نمایش داد.

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m1} & \cdots & z_{mn} \end{bmatrix}, \quad (۹)$$

راهبردهای محض بازیکن اول و دوم به ترتیب در سطرها و ستون‌های ماتریس نمایش داده می‌شود و این ماتریس، ماتریس عایدی بازی نام دارد. به همین دلیل بازی مجموع صفر دو نفره را بازی ماتریسی نیز می‌نامند. راهبردهای آمیخته بازیکنان اول و دوم از طریق توزیع احتمال تعریف شده روی راهبردهای محض تعریف می‌گردد که به ترتیب به صورت زیر هستند:

$$X = \left\{ x \in R^m | \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, m \right\}, \quad (۱۰)$$

$$Y = \left\{ y \in R^m | \sum_{j=1}^{n} y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}. \quad (۱۱)$$

زمانی که بازیکن اول و دوم به ترتیب راهبردهای آمیخته $x \in X$ و $y \in Y$ را انتخاب می‌کنند، عایدی مورد انتظار آن‌ها به ترتیب $x^T Ay$ و $-x^T Ay$ می‌باشد. زوج راهبردهای (X^*, Y^*) که در رابطه زیر صدق می‌کنند را نقطه تعادل بازی مجموع صفر دو نفره گویند.

$$max_{x \in X}\ min x_{y \in Y}^T\ Ay = min_{x \in X}\ max\ x_{y \in Y}^T\ Ay. \quad (۱۲)$$

روش‌شناسی پژوهش

در این‌بخش مسأله بازی ماتریسی در محیط نوتروسافیک بررسی می‌شود.

بازی مجموع صفر در محیط نوتروسافیک

برای بیان مساله پژوهش، دو نیروی متعارض آلفا و بتا در نظر گرفته شده است، که فرماندهان ارشد دو گروه تصمیم‌گیرنده اصلی و بازیکنان ما در نظریه بازی می‌باشند. فرمانده هر یک از گروه‌ها با توجه به شرایط میدان نبرد و امکانات و تجهیزات موجود راهبرد مقابله با دشمن را در نظر می‌گیرد و با توجه به پیش‌بینی هایی که از اقدامات دشمن متصور می‌شود، تصمیم نهایی برای اخذ راهبرد مناسب را می‌گیرد تا بیشترین منافع را به دست آورده و دشمن هم کمترین عایدی را داشته باشد. دشمن هم با توجه به تصمیمات رقیب به اخذ یکی از راهبردهایش پرداخته و سعی می‌کند بیشترین عایدی را بدست آورد و عایدی دشمن را کمینه نماید.

برای تشکیل ماتریس عایدی بازی و ارائه مقادیر آن از روش تحلیل سلسله مراتبی فازی نوتروسافیک استفاده می‌شود تا بهترین راهبرد برای تصمیم‌گیران مشخص شود. در همین

راستا و با توجه به شرایط و زمین نبرد معیارهایی توسط افراد خبره و متخصصین نبرد برای انتخاب راهبرد مناسب ایجاد و تصمیم‌گیری برای انتخاب راهبرد مناسب با توجه به این معیارها انجام می‌شود. دربخش بعدی افراد خبره نظامی به همراه فرمانده به بررسی معیارها و گزینه‌ها می‌پردازند و با توجه به متغیرهای زبانی ارزش و اهمیت هر یک از معیارها و گزینه‌ها را نسبت به یکدیگر سنجیده و در قالب پرسشنامه‌هایی از پیش تعیین شده، مشخص می‌کنند. . سپس این متغیرهای زبانی به اعداد نوتروسافیک مثلثی تک مقداره تبدیل می‌شوند که به صورت $\tilde{a} = \left((a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}\right)$ نمایش داده می‌شوند. در این قسمت ما با استفاده از روش تحلیل سلسله مراتبی فازی به اولویت‌بندی معیارها برای نیروی آلفا می‌پردازیم. با مشخص شدن اولویت‌ها، ماتریس عایدی را بر اساس همین اولویت‌ها تشکیل می‌دهیم.

در این‌بخش مساله بازی در محیط فازی نوتروسافیک در نظر گرفته می‌شود. به منظور بیان ابهام و عدم قطعیت اطلاعات در مسائل تصمیم‌گیری، عایدی‌های بازیکنان اعداد نوتروسافیک مثلثی تک مقداره تعمیم‌یافته در نظر گرفته می‌شود. زمانی که یک بازیکن راهبرد خود را انتخاب می‌کند، عایدی او به صورت یک عدد نوتروسافیک مثلثی تک مقداره تعمیم‌یافته نمایش داده می‌شود. خروجی بازی ساختار مجموع صفر در محیط نوتروسافیک دارد به طوری که وقتی یک بازیکن سودی را کسب می‌کند بازیکن دیگر به همان اندازه از دست می‌دهد. ماتریس بازی با عایدی‌های نوتروسافیک مثلثی تعمیم یافته به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \cdots & \tilde{a}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{m1} & \cdots & \tilde{a}_{mn} \end{bmatrix}, \tag{۱۳}$$

فضای راهبردهای آمیخته بازیکنان آلفا و بتا در روابط (۱۰) و(۱۱) نمایش داده شده است.

برای حل مساله بازی با عایدی‌های نوتروسافیک مثلثی تعمیم یافته، هر عایدی نوتروسافیک مثلثی تعمیم‌یافته a_{ij} به کمک تقریب نزدیکترین بازه که دربخش قبل شرح داده شد، به عایدی بازه‌ای $\tilde{a}_{ij} = \left[a_{ij}^L, a_{ij}^R\right]$ تبدیل می‌شود. بنابراین یک مسئله بازی با عایدی‌های بازه‌ای خواهیم داشت. با انتخاب $x \in X$ و $y \in Y$ به ترتیب توسط بازیکنان آلفا و بتا عایدی مورد انتظار بازیکن آلفا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathrm{v(x, y)} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} x_i a_{ij} y_j = [X^T A^L y, X^T A^R y], \tag{۱۴}$$

که در آن، $A^L = \left[a_{ij}^L\right]$ و $A^R = \left[a_{ij}^R\right]$ می‌باشد. برای یک بازی مجموع صفر دو نفره با عایدی‌های بازه‌ای $A = [A^L, A^R]$ وقتی بازیکن آلفا راهبرد $x \in X$ را انتخاب می‌کند بدترین عایدی مود انتظارش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v(x) = \min_{y\in Y} x^T A y = \min_{y\in Y}[X^T A^L y, X^T A^R y]. \quad (۱۵)$$

بنابراین بازیکن آلفا باید راهبرد x را طوری انتخاب کند که $v(x)$ بیشینه شود و عایدی

$$v_I = \max_{x\in X}\min_{y\in Y} x^T A^w y = \max_{x\in X}\min_{y\in Y}[X^T A^L y, X^T A^R y], \quad (۱۶)$$

را بدست آورد. برای حل این مسأله مشابه روش پیشنهاد شده در بیگدلی (۲۰۱۷) عمل می‌کنیم.

در حالت خوش‌بینانه، داریم:

$$v_I^R = \max_{x\in X}\min_{y\in Y} x^T A^R y. \quad (۱۷)$$

مساله $\min_{y\in Y} x^T A^R y$ یک مساله برنامه‌ریزی خطی با فضای جواب کراندار است، بنابراین جواب بهینه آن در یکی از نقاط راسی Y اتفاق خواهد افتاد و داریم:

$$v_I^R = \max_{x\in X}\min_{j=1,..,n}\sum_{i=1}^{m} x_i a_{ij}^R. \quad (۱۸)$$

مساله فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} &\max \underline{v}^R \\ &s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}^R x_i \geq \underline{v}^R \quad j = 1, \ldots, n, \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \\ &\qquad x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots, m. \end{aligned} \quad (۱۹)$$

فرض کنید $x_i' = \frac{x_i}{\underline{v}^R}$ و بدون از دست دادن کلیات مساله، فرض کنید $\underline{v}^R > 0$. در این صورت

$$\sum_{i=1}^{m} x_i' = \sum_{i=1}^{m}\frac{x_i}{\underline{v}^R} = \frac{1}{\underline{v}^R} \ , x_i' \geq 0, i = 1, \ldots, m,$$

بنابراین مساله‌ی (۱۹) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{m} x_i' \\ &s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}^R x_i' \geq 1 \quad j = 1, \ldots, n, \\ &\qquad x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots, m, \end{aligned} \quad (۲۰)$$

که با حل این مسأله، ارزش خوش بینانه $\underline{v}^{*R}$ و راهبرد بهینه x_i^{*R} مساله از رابطه‌های

$$\underline{v}^{*R} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} x_i^{*R}} \text{ و } x_i^{*R} = x_i'^{*} \underline{v}^{*R}$$

به دست می‌آید.

مشابه با رویه فوق، در حالت بدبینانه داریم:

$$\begin{aligned} &\max \underline{v}^L \\ &s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}^L x_i \ge \underline{v}^L \quad j = 1, \dots, n, \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \\ &\qquad x_i \ge 0 \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \tag{۲۱}$$

مجدداً با فرض $x_i' = \frac{x_i}{\underline{v}^L}$ و $\underline{v}^L > 0$ مساله (۲۴) به مساله برنامه‌ریزی خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{m} x_i' \\ &s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}^L x_i' \ge 1 \quad j = 1, \dots, n, \\ &\qquad x_i \ge 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned} \tag{۲۲}$$

که با حل این مسأله، ارزش بدبینانه $\underline{v}^{*L}$ و راهبرد بهینه x_i^{*R} توسط روابط

$\underline{v}^{*L} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} x_i^{*L}}$ و $x_i^{*L} = x_i'^{*} \underline{v}^{*L}$,

به دست می‌آیند.

مشابه با روندی که برای بازیکن آلفا تشریح شد، $\overline{w}^{*R}$، ارزش بدبینانه بازی ماتریسی بازه مقدار حاصل برای بازیکن بتا و راهبرد بهینه متناظر آن y_j^{*R} از حل مساله زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} &max \sum_{j=1}^{n} y_j' \\ &s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^R y_j' \ge 1 \quad i = 1, \dots, m, \\ &\qquad y_j' \ge 0 \quad j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{۲۳}$$

که در آن $y_j' = \frac{y_j}{\overline{w}^R}$ و $\sum_{j=1}^{n} y_j' = \frac{1}{\overline{w}^R}$.

همچنین ارزش خوش بینانه $\overline{w}^{*L}$ بازی ماتریسی بازه مقدار حاصل برای بازیکن بتا و راهبرد متناظر آن y_j^{*L}، از حل مساله زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} &\max \sum_{j=1}^{n} y_j' \\ &s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^L y_j' \ge 1 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned} \tag{۲۴}$$

$y_j' \geq 0 \quad j = 1, \ldots, n,$

که در آن $y_j' = \frac{y_j}{\overline{w}^L}$ و $\sum_{j=1}^{n} y_j' = \frac{1}{\overline{w}^L}$.

قضیه:

ارزش‌های خوش بینانه و بدبینانه بازی که از حل مسائل (۲۰) و(۲۳) و همچنین (۲۲) و(۲۴) به‌دست می‌آیند با هم برابرند. به عبارت دیگر $\underline{v}^{*R} = \overline{w}^{*R}$ و $\underline{v}^{*L} = \overline{w}^{*L}$.

اثبات: به مرجع بیگدلی و همکاران (۲۰۱۷) مراجعه شود.

کاربرد روش AHP در تعیین عایدی‌ها

فرایند تحلیل سلسله مراتبی(Analytical Hierarchy Process) یا به اختصار AHP، ابزاری ریاضی برای حل مسئله‌هایی است که در اواخر سال‌های ۱۹۹۰ و اوایل ۲۰۰۰ میلادی، در بین محققین حوزه مدیریت مورد توجه قرار گرفت. روش AHP پس از درک ساختار یک مسئله و مواجه شدن با موانع واقعی مدیران هنگام حل آن، ایجاد شد. در حقیقت AHP، ساختاری برای حل مسائلی است که باید به صورت تحلیلی حل شوند ولی متاسفانه شکلی لایه لایه دارند. مبدع این روش، توماس ال ساعتی[1] (۱۹۹۰)، ریاضی‌دان آمریکایی عراقی‌تبار است. فرآیند تحلیل سلسله مراتبی یکی از چندین روش از تصمیم‌گیری **(**Multi-Criteria Decision Making**)** MCDM چندمعیاره است که به ویژه برای تصمیم‌گیری در مسائل پیچیده کاربرد دارد. در تحلیل‌های مبتنی بر تصمیم‌گیری چندشاخصه (Making Decision Attribute Multi) هدف این است که ضمن انتخاب بهترین گزینه، گزینه‌هایی که به نظر می‌رسد مطلوب هستند نیز مشخص شده، یا گزینه‌ها در یک ترتیب نزولی، رتبه‌بندی شوند.

به طور کلی هر مسأله AHP با سه سطح کلی سروکار دارد که سطح اول هدف کلی مسأله، سطح دوم معیارهای ارزیابی و سطح سوم گزینه‌ها(انتخاب‌ها)ی ممکن است. اجزا در هر سطح سلسله مراتب، جفت جفت باهم مقایسه می‌شوند، تا ترجیح نسبی هریک در راستای آلترناتیوها تعیین گردد.

با توجه به اینکه یکی از مشکلات اساسی در نظریه بازی تعیین عایدی‌های بازی است، در این مقاله استفاده از فرایند تحلیل سلسله مراتبی برای تعیین عایدی‌ها پیشنهاد شده است. از طرفی با توجه به عدم قطعیت موجود در قضاوت‌های انسانی، این فرایند در محیط فازی در نظر گرفته شده است.

---

[1] Thomas L.Saaty

با توجه به نقش مهم نظریه نوتروسافیک در زمینه‌ها و کاربردهای مختلف، در سالیان اخیر فرآیند تحلیل سلسله مراتبی در محیط نوتروسافیک ارائه شد (Abdel-Basset, 2021). در این مطالعه به جای استفاده از اعداد دقیق از اعداد نوتروسافیک برای انجام مقایسات زوجی استفاده شده است. AHPدر فضای غیرقطعی، تحلیلگر تصمیم‌گیری را قادر می‌سازد برای مواردی که بسیاری از عدم قطعیت‌ها در آن وجود دارد، امتیاز واقعی‌تری برای گزینه‌های دیگر ارائه دهد.

متغیرهای زبانی

متغیری را گویند که می‌تواند واژگان زبان محاوره را به صورت یک مقدار بپذیرد. به کارگیری مفهوم متغیر زبانی ما را در درک مفاهیم مبهم و غیرقطعی موجود در زبان روزمره یاری کند تا آن را به عنوان عبارات ریاضی بیان نماییم.

جدول (۱) متغیرهای زبانی برای رتبه‌بندی معیارهای AHP نوتروسافیک

مقادیر نوتروسافیک ساعتی	تعریف	مقادیر پایین، وسط و بالای اعداد مثلثی نوتروسافیک	درجه اطمینان از نظر کارشناسان
آ	اهمیت یکسان	آ = ⟨(۱,۱,۱)⟩	کاملا نامشخص(۰، ۰، ۱)
۳̃	نسبتاً مهم‌تر	۳̃ = ⟨(۲,۳,۴)⟩	نامشخص(۰. ۲۵، ۰. ۷۵، ۰. ۷۵)
۵̃	اهمیت بالا	۵̃ = ⟨(۴,۵,۶)⟩	کمی قطعی(۰. ۴۵، ۰. ۶۰، ۰. ۶۰)
۷̃	اهمیت بسیار بالا	۷̃ = ⟨(۶,۷,۸)⟩	قطعیت متوسط(۰. ۵۰، ۰. ۵۰، ۰. ۵۰)
۹̃	مطلقاً مهم‌تر	۹̃ = ⟨(۹,۹,۹)⟩	کاملا قطعی (۰. ۷۵، ۰. ۰. ۲۰، ۰. ۲۰)
۲̃	مقادیر بینابینی	۲̃ = ⟨(1,۲,۳)⟩	قطعیت قوی(۰. ۸۵، ۰. ۱۵، ۰. ۱۵)
۴̃		۴̃ = ⟨(۳,۴,۵)⟩	قطعیت بسیار قوی (۰. ۹۰، ۰. ۱۰، ۰. ۱۰)
۶̃		۶̃ = ⟨(۵,۶,۷)⟩	
۸̃		۸̃ = ⟨(۷,۸,۹)⟩	کاملا قطعی(۱، ۰، ۰)

در این پژوهش ابتدا با استفاده از متغیرهای زبانی و ارائه پرسشنامه‌ها به افراد خبره، امتیازدهی آن‌ها به معیارها و گزینه‌ها را جمع‌آوری می‌کنیم. سپس با استفاده از جدول (۱) متغیرهای زبانی را به اعداد نوتروسافیک تبدیل کرده و در مقایسات زوجی مورد استفاده قرار می‌دهیم. مقایسات زوجی بدست آمده به شرح جداول زیر است که به صورت اعداد نوتروسافیک $\tilde{a} = \left((a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}}\right)$ بیان شده است. در ادامه با استفاده از فرمول ارائه شده در پژوهش عبدالباسط (۲۰۲۱)

$$S(\tilde{a}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{9} * (2 + \alpha_{\tilde{a}} - \theta_{\tilde{a}} - \beta_{\tilde{a}}), \quad (۲۵)$$

اعداد نوتروسافیک به اعداد دقیق تبدیل شده و از آن‌ها استفاده می‌شود. در این قسمت ماتریس‌های زوجی تشکیل می‌شوند.

باید توجه داشت که برای هر مرحله نرخ ناسازگاری کمتر از ۰.۱ باشد. حال با تعیین مقادیر وزن‌ها با استفاده از مقایسات زوجی معیارها و همچنین وزن نسبی گزینه‌ها، برای محاسبه وزن نهایی گزینه‌ها باید ماتریس وزن نسبی گزینه‌ها را در ماتریس وزن معیارها ضرب نمود و سپس ارقام بدست آمده برای هر گزینه را مقایسه کرد. اولویت گزینه‌ها بر اساس مقادیر بدست آمده، از اعداد بیشتر و سپس مقادیر کمتر رتبه‌بندی می‌شود. حال با توجه به مقادیر بدست آمده و با کمک جدول (۲) مقادیر ماتریس عایدی را بدست می‌آوریم.

جدول (۲) تبدیل مقادیر به متغیر زبانی و اعداد نوتروسافیک

بازه مقادیر حاصل از *AHP*	[۰.۰۶ ،۰)	[۰.۱۵ ،۰.۰۶)	[۰.۲۵ ،۰.۱۵)	[۰.۵ ،۰.۲۵)	[۱ ،۰.۵]
متغیر زبانی متناظر	کاملا ناموفق	تقریبا نا موفق	موفقیت نسبی	موفقیت بالا	کاملا موفق
مقادیر نوتروسافیک متناظر	۱̃	۳̃	۵̃	۷̃	۹̃

تجزیه و تحلیل یافته‌های پژوهش

در این‌بخش به بیان یک مثال عددی در شرایط نبرد پرداخته تا کارایی مدل و روش حل بررسی شود.

حل یک مساله نظامی: موقعیت شکاف آورانشه[1]

این مسأله در مقاله بیگدلی و همکاران (۲۰۱۷) به شرح زیر مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله این مسأله در محیط نوتروسافیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این پژوهش، تعارضی بین دو نیروی درگیر آمریکا و آلمان در اواخر جنگ جهانی دوم در نظر گرفته شده است. ما با استفاده از روش تحلیل سلسله مراتبی به رتبه‌بندی سناریوهای نبرد برای نیروی آمریکا و آلمان و سپس با استفاده از این داده‌ها به تکمیل ماتریس عایدی و حل بازی مذکور می‌پردازیم. برای این منظور ما ابتدا گزینه‌ها و معیارهای مرتبط با آن‌ها را با استفاده از داده‌های بدست آمده از منظر فرمانده آمریکایی و همچنین از طریق مصاحبه و ارائه پرسش‌نامه از افراد خبره بدست آورده و در مرحله بعد آن را در تحلیل سلسله مراتبی به‌کار خواهیم گرفت.

---

[1] Avranches-Gap situation

ژنرال برادلی[1] (فرمانده نیروهای آمریکایی، بازیکن ۱) تخمین پنج گامی خود را در گزارش مربوط به جنگ به صورت زیر بیان می‌کند:

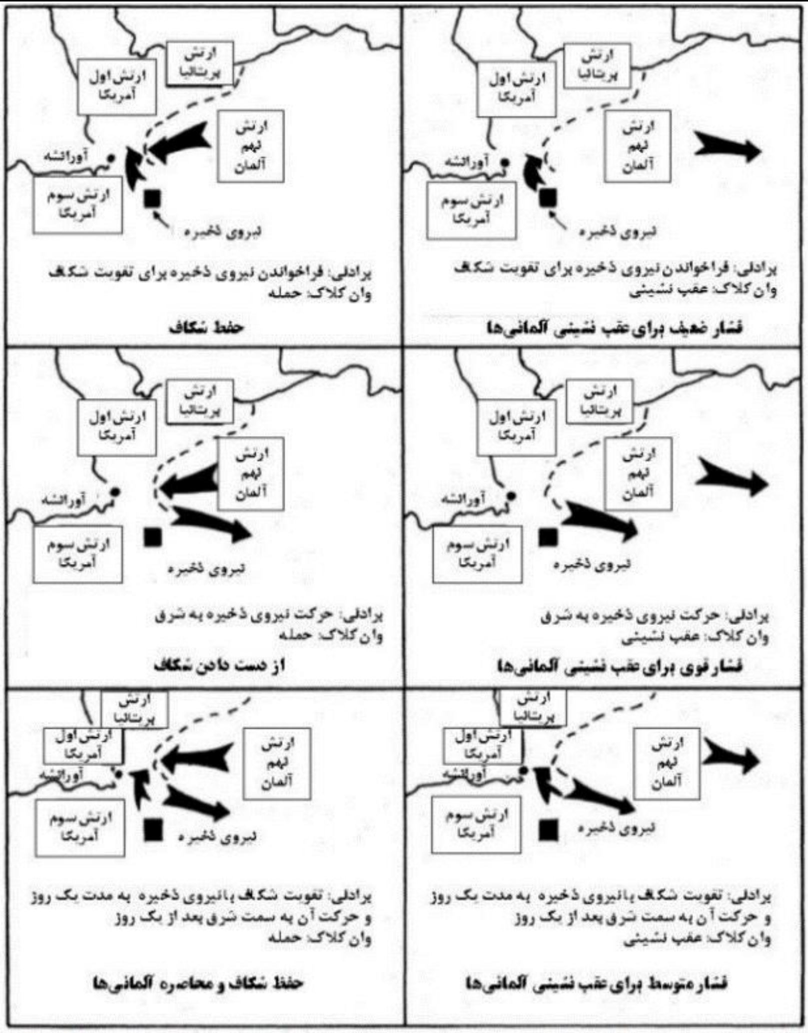
مرحله ۱) مأموریت: برادلی مأموریت دارد تا نیروهای دشمن را در میدان از بین ببرد.

مرحله ۲) موقعیت و اقدامات: فرمانده آلمان ژنرال وان کالگ[2] (بازیکن ۲) دو اقدام منطقی دارد: حمله به غرب برای نفوذ به دریا و امن ساختن جناح غربی و برش نیروهای واقع در جنوب شکاف؛ یا عقب‌نشینی به شرق و قرار گرفتن در موقعیت دفاعی قوی در نزدیکی رودخانه سین

ژنرال برادلی سه اقدام در نظر داشت: ۱) فراخواندن نیروهای ذخیره برای دفاع از شکاف و کمک به ارتش، ۲) فرستادن نیروهای ذخیره برای محاصره نیروهای آلمانی، ۳) ترک موقعیت به مدت یک روز و آمدن به کمک ارتش و بعد از یک روز حرکت به شرق برای محاصره نیروهای آلمان

مرحله ۳) تحلیل اقدامات دو طرف: با دو اقدام وان کالگ و سه اقدام برادلی شش نبرد اتفاق خواهد افتاد که در شکل زیر نمایش داده شده است. برادلی سطر و وان کالگ ستون را انتخاب می‌کنند. دو انتخاب مستقل تعیین خواهد کرد که نیروها در میدان نبرد به چه صورتی ظاهر خواهند شد.

[1] General Bradley
[2] General von Kluge



شکل (۱) نبردهای ممکن از انتخاب راهبردها

خروجی احتمالی در شکل (۱) به صورت مختصر بیان شده است.

مرحله ۴) مقایسه اقدامات: با داشتن یک ترتیب ترجیح، برادلی توانست اقداماتش را مورد مقایسه قرار دهد. تحت دکترین نظامی آمریکا او می‌خواست راهبرد خود را طوری انتخاب کند تا بیشترین موفقیت را با توجه به توانایی‌های دشمن به دست آورد.

مرحله ۵) تصمیم: با توجه به ملاحظات فوق برادلی راهبرد سومش را انتخاب کرد.

وان کالگ با تحلیل موقعیت به این نتیجه رسید که باید عقب‌نشینی کند ولی این اقدام هیچگاه صورت نگرفت. هیتلر که مایل‌ها از موقعیت فاصله داشت دستور داد تا به شکاف حمله کنند.

برادلی بازیکن بیشینه‌کننده است زیرا خروجی نبردهای ممکن از نقطه نظر او تجزیه و تحلیل شده‌اند. بنابراین وان کالگ بازیکن کمینه‌کننده است. وان کالگ می‌داند که نبرد سختی خواهد داشت بنابراین به دنبال آن است که شکست سختی نبیند. خروجی احتمالی از شش نبرد ممکن در ماتریس زیر نمایش داده شده است:

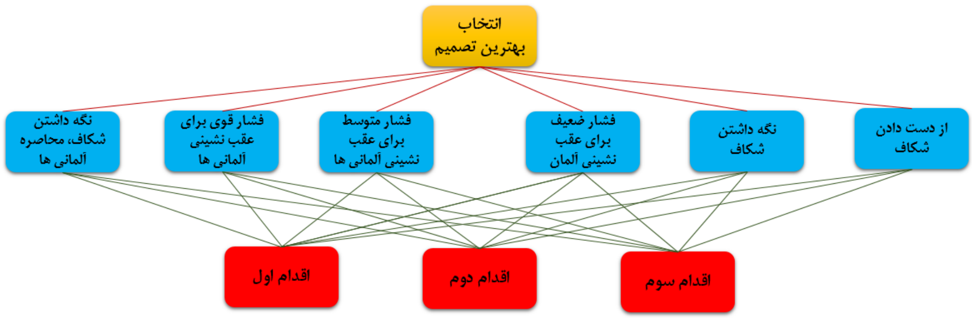
جدول (۳) خروجی احتمالی از شش نبرد ممکن

فشار ضعیف برای عقب نشینی آلمانی‌ها	نگه داشتن شکاف
فشار قوی برای عقب نشینی آلمانی‌ها	برش شکاف
فشار متوسط برای عقب نشینی آلمانی‌ها	نگه داشتن شکاف و محاصره نیروهای آلمانی

پس از اینکه که اولویت‌های فرمانده آمریکایی مشخص شد این موارد باید به صورت کمی در ماتریس بازی وارد شوند. توجه شود که بازی از نوع آمیخته است یعنی فرمانده ممکن است از تلفیقی از راهبردهایش در نبرد استفاده کند. همچنین این ترجیحات بر اساس اطلاعات کاملاً قطعی به دست نیامده است و در بیان ترجیحات، قضاوت و داوری انسانی به کار گرفته شده است که همراه با نادیقیق و ابهام در تصمیم‌گیری است و این مسأله باعث خواهد شد که در کمی‌سازی ترجیحات از اعداد نوتروسافیک مثلثی تعمیم‌یافته استفاده شود. در حقیقت علاوه بر اینکه ترجیحات فرماندهان آمریکایی لحاظ شده است بیان نادقیقی ترجیحاتشان نیز اعمال شده است و این مطلب باعث بهبود در تصمیم نهایی خواهد شد.

فرایند سلسله مراتبی برای تعیین اولویت‌های نبرد

در این‌بخش به کمک فرایند تحلیل سلسله مراتبی به رتبه‌بندی خروجی‌های احتمالی می‌پردازیم تا از این طریق بتوان عایدی‌های بازی را مشخص کرد. در شکل (۲) سلسله مراتبی انتخاب سناریو نبرد برای نیروهای بازیکن ۱ قابل ملاحضه است.



شکل (۲) سلسله مراتبی انتخاب سناریو نبرد برای نیروهای بازیکن ۱

مقایسات زوجی بدست آمده به شرح جداول زیر است که به صورت اعداد نوتروسافیک $\tilde{a} = ((a_1, a_2, a_3); \alpha_{\tilde{a}}, \theta_{\tilde{a}}, \beta_{\tilde{a}})$ بیان شده است. در ادامه با استفاده از فرمول (۲۹) اعداد

نوتروسافیک به اعداد دقیق تبدیل شده و از آن‌ها استفاده می‌شود. در این قسمت ماتریس‌های زوجی تشکیل می‌شوند. برای راحتی در نوشتار، به هر یک از معیارها شماره‌ای اختصاص داده که به شرح زیر است:

۱- فشار قوی برای عقب نشینی آلمان

۲- نگه داشتن شکاف، محاصره آلمانی ها

۳- از دست دادن شکاف

۴-فشار ضعیف برای عقب نشینی آلمان

۵-نگه داشتن شکاف

۶- فشار متوسط برای عقب نشینی آلمان

ماتریس زوجی نادقیق معیارها نسبت به هدف در جدول (۴) قابل مشاهده است.

جدول(۴) ماتریس زوجی نادقیق معیارها نسبت به هدف

معیار	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	$\tilde{1}$	$\tilde{1}^{-1}$	$\tilde{4}$	$\tilde{3}$	$\tilde{5}$	$\tilde{1}$
۲	$\tilde{1}$	$\tilde{1}$	$\tilde{6}$	$\tilde{4}$	$\tilde{4}$	$\tilde{2}$
۳	$\tilde{4}^{-1}$	$\tilde{6}^{-1}$	$\tilde{1}$	$\tilde{4}^{-1}$	$\tilde{3}^{-1}$	$\tilde{3}^{-1}$
۴	$\tilde{3}^{-1}$	$\tilde{4}^{-1}$	$\tilde{4}$	$\tilde{1}$	$\tilde{3}$	$\tilde{2}^{-1}$
۵	$\tilde{5}^{-1}$	$\tilde{4}^{-1}$	$\tilde{3}$	$\tilde{3}^{-1}$	$\tilde{1}$	$\tilde{1}^{-1}$
۶	$\tilde{1}$	$\tilde{1}^{-1}$	$\tilde{4}$	$\tilde{3}$	$\tilde{5}$	$\tilde{1}$

ماتریس زوجی بالا با توجه به جدول (۳) به صورت اعداد نوتروسافیک در جدول (۵) تعریف می‌شود.

جدول (۵) مقایسات زوجی بر اساس اعداد نوتروسافیک

معیار	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩$^{-1}$	⟨(۳,۴,۵); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱	⟨(۲,۳,۴); ۰.۵۰,۰.۵۰,۰.۵۰⟩	⟨(۴,۵,۶); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۱,۱,۱); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰
۲	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۵,۶,۷); ۰.۹۰، ۰.۱۰، ۰.۱	⟨(۳,۴,۵); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۳,۴,۵); ۰.۹۰، ۰.۱۰، ۰.۱۰	⟨(۱, ۲,۳); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰
۳	⟨(۳,۴,۵); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱۵	⟨(۵,۶,۷); ۰.۹۰، ۰.۱۰، ۰.۱۰	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۳,۴,۵); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۲,۳,۴); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۲,۳,۴); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱۵
۴	⟨(۲,۳,۴); ۰.۵۰، ۰.۵۰، ۰.۵۰	⟨(۳,۴,۵); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۳,۴,۵); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۱	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۲,۳,۴); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱۵	⟨(۱, ۲,۳); ۰.۵۰، ۰.۵۰، ۰.۵۰
۵	⟨(۴,۵,۶); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۳,۴,۵); ۰.۹۰، ۰.۱۰، ۰.۱۰	⟨(۲,۳,۴); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۱	⟨(۲,۳,۴); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱۵	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩$^{-1}$
۶	⟨(۱,۱,۱); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۱, ۲,۳); ۰.۷۵، ۰.۲۰، ۰.۲۰	⟨(۲,۳,۴); ۰.۸۵، ۰.۱۵، ۰.۱	⟨(۱, ۲,۳); ۰.۵۰، ۰.۵۰، ۰.۵۰	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩	⟨(۱,۱,۱); ۱,۰,۰⟩

حال با استفاده از فرمول شماره ۱ اعداد نوتروسافیک به اعداد دقیق تبدیل می‌شوند. این اعداد در جدول (۶) قابل مشاهده است.

جدول (۶) مقایسات زوجی تبدیل شده به اعداد دقیق

شماره معیار	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱	۱	۴ .۳	۵ .۱	۹۲ .۳	۷۸ .۰
۲	۱	۱	۴ .۵	۱۳ .۳	۶ .۳	۵۷ .۱
۳	۲۹ .۰	۱۹ .۰	۱	۳۲ .۰	۴۵ .۰	۳۹ .۰
۴	۶۷ .۰	۳۲ .۰	۱۳ .۳	۱	۵۵ .۲	۱
۵	۲۶ .۰	۲۸ .۰	۳۵ .۲	۳۹ .۰	۱	۱
۶	۲۸ .۱	۶۴ .۰	۵۵ .۲	۱	۱	۱

با حل این مسأله با استفاده از روش سلسله مراتبی می‌توان خروجی‌های بازی را رتبه‌بندی کرد. مقادیر حاصل از مقایسات زوجی و رتبه‌بندی معیارها در جدول (۶) بیان شده است.

جدول (۳) رتبه‌بندی معیارها

رتبه معیار	وزن حاصل از مقایسات زوجی	نام و شماره معیار
۱	۳۰۳۱۲۱ .۰	نگه داشتن شکاف، محاصره آلمانی‌ها (۲)
۲	۲۲۹۸۳۷ .۰	فشار قوی برای عقب نشینی آلمان (۱)
۳	۱۶۵۳۱۵ .۰	فشار متوسط برای عقب نشینی آلمان (۶)
۴	۱۵۵۴۱۵ .۰	فشار ضعیف برای عقب نشینی آلمان (۴)
۵	۰۹۳۵۵۷ .۰	نگه داشتن شکاف (۵)
۶	۰۵۲۷۵۵ .۰	از دست دادن شکاف (۳)

تشکیل ماتریس بازی

در این مرحله با نوشتن راهبردهای دو بازیکن اول(نیروهای آمریکایی) و دوم(نیروهای آلمانی) به ترتیب در سطرها و ستون‌های جدول بازی، تصمیم‌گیرندگان به مقایسه خروجی حاصل از راهبردها می‌پردازند. برای مقایسه از متغیرهای زبانی استفاده می‌شود این مقایسه توسط فرماندهان و تصمیم گیرندگان صورت خواهد گرفت.

به عنوان مثال فرمانده نیروهای آمریکایی(بازیکن اول) با توجه به تجربه و اطلاعات به دست آمده و تحلیل ذهنی بررسی می‌کند که اگر سناریو اول خود را انتخاب کند و بازیکن دوم نیز رسناریو اول را انتخاب کند نتیجه نبرد به چه صورت خواهد بود (موفق، ناموفق و...). برای بیان

نتیجه، از متغیرهای زبانی استفاده می‌شود. در بازی جنگ برای بیان متغیر زبانی، تحلیل راهبردها توسط گروهی از تصمیم‌گیرندگان خبره انجام می‌گیرد. در این پژوهش متغیرهای زبانی با استفاده از اعداد نوتروسافیک مثلثی نمایش داده شده است. تصمیم گیرندگان با شرکت در یک تصمیم‌گیری گروهی مقدار ابتدا، متوسط و انتهای عدد را مشخص می‌کنند. برای بررسی این سناریو، متغیرهای زبانی استفاده شده در این مقاله به صورت جدول(۲) فرض شده است.

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix} \begin{pmatrix}(1,2,3;0.2)\\(2,3,4;0.3)\\(3,4,5;0.5)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}(2,3,5;0.3)\\(3,4,5;0.5)\\(3,4,6;0.7)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}(0,0,0,;0.4)\\(0,0.5,1;0.5)\\(0.5,1,2;.0.5)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}(6,7,8;0.3)\\(7,9,10;0.6)\\(6,7,9;0.5)\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}(8,9,10;0.3)\\(8,10,11;0.6)\\(8,9,11;0.5)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}(5,6,7;0.5)\\(6,8,9;0.6)\\(6,7,9;0.5)\end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

اکنون به کمک تقریب نزدیک‌ترین بازه اعداد فازی نوتروسافیک مثلثی تعمیم‌یافته، ماتریس بازی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$A=\begin{bmatrix} [۳/۷۲,۴/۰۶] & [۳/۷۹,۵/۰۳]\\ [۰/۵,۱/۵] & [۷/۷۸,۹/۳۹]\\ [۹/۴۴,۱۱/۰۶] & [۶/۸۹,۸/۹۴] \end{bmatrix}.$$

برای بازیکن ۱، مسأله به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \min\quad & x_۱^{'}+x_۲^{'}+x_۳^{'}\\ s.t.\quad & ۴/۰۶x_۱^{'}+۱/۵x_۲^{'}+۱۱/۰۶x_۳^{'}\geq ۱\\ & ۵/۰۳x_۱^{'}+۹/۳۹x_۲^{'}+۸.۹۴x_۳^{'}\geq ۱\\ & x_۱^{'},x_۲^{'},x_۳^{'}\geq ۰ \end{aligned}$$

جواب بهینه این مسئله به صورت

$$\left(x_۱^{'*R},x_۲^{'*R},x_۳^{'*R}\right)=\left(۰/۰.۰۲۳,۰/۰۸۷\right)$$

به دست می‌آید. بنابراین:

$\left(x_{۱}^{*R}, x_{۲}^{*R}, x_{۳}^{*R}\right)=\left(۰,۰/۲۱,۰/۷۹\right)$ و $\underline{v}^{*R}=۹/۰۹$.

همچنین مسئله (۱۴) برای بازیکن ۱ در این مثال به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_{۱}^{'}+x_{۲}^{'}+x_{۳}^{'} \\ s.t. \quad & ۳/۷۲x_{۱}^{'}+۰/۵x_{۲}^{'}+۹/۴۴x_{۳}^{'} \geq ۱ \\ & ۳/۷۹x_{۱}^{'}+۷/۷۸x_{۲}^{'}+۶.۸۹x_{۳}^{'} \geq ۱ \\ & x_{۱}^{'}, x_{۲}^{'}, x_{۳}^{'} \geq ۰ \end{aligned}$$

با استفاده از روش سیمپلکس جواب زیر برای این مسئله به‌دست می‌آید:

$$\left(x_{۱}^{'*L}, x_{۲}^{'*L}, x_{۳}^{'*L}\right)=\left(۰,۰/۰۳۶,۰/۱۰۴\right)$$

بنابراین:

$\left(x_{۱}^{*L}, x_{۲}^{*L}, x_{۳}^{*L}\right)=\left(۰,۰/۲۶,۰/۷۴\right)$ و $\underline{v}^{*L}=۷/۱۴$.

به طور مشابه برای بازیکن ۲، از حل مسائل برنامه‌ریزی خطی (۲۳ و ۲۴) می‌توان به‌دست آورد:

$$\left(y_{۱}^{*L}, y_{۲}^{*L}\right)=\left(۰/۰۹,۰/۹۱\right),\ \overline{\omega}^{*L}=۷/۱۴ \quad \left(y_{۱}^{*R}, y_{۲}^{*R}\right)=\left(۰/۰۴,۰/۹۶\right),\ \overline{\omega}^{*R}=۹/۰۹,$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بهترین راهبرد برای بازیکن ۱ راهبرد سوم (احتمال موفقیت ۰. ۷۴) او و برای بازیکن ۲ راهبرد دومش(احتمال موفقیت ۰. ۹۱) می‌باشد. همچنین مقادیر تابع هدف در حالت‌های خوش‌بینانه یک بازیکن با بدبینانه بازیکن دیگر برابرند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله به بررسی بازی‌های مجموع صفر در محیط فازی نوتروسافیک پرداخته شد. برای مشخص کردن عایدی‌های بازی از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی استفاده گردید. به کمک این روش توانستیم خروجی‌های ممکن حاصل از بازی را اولویت‌بندی کرده و سپس به کمک متغیرهای زبانی به بیان عایدی‌های بازی به صورت اعداد نوتروسافیک بپردازیم. پس از ارائه مدل بازی ماتریسی با عایدی‌های مثلثی نوتروسافیک تعمیم‌یافته، به کمک مفهوم تقریب نزدیکترین بازه مسأله را به صورت یک مسأله بازی مجموع صفر با عایدی‌های بازه‌ای بازنویسی کردیم. در نهایت برای حل این مسأله دو مسأله خوش‌بینانه و بدبینانه برای هر بازیکن پیشنهاد دادیم که با حل این مسائل راهکارهای بهینه بازیکنان در دو حالت خوش‌بینانه و بدبینانه به دست آمد. مزیت روش پیشنهاد شده را می‌توان در چهار مورد عنوان کرد: ۱- با توجه به اینکه یکی از مشکلات اساسی در مسائل نظریه بازی‌ها ارائه داده‌های ماتریس بازی است، برای این کار روش تحلیل سلسله مراتبی پیشنهاد شد. به این صورت که با حل این مسأله می‌توان

خروجی‌های حاصل از تقابل راهکارها را اولویت‌بندی نموده و سپس با تخصیص متغیرهای زبانی به هر خروجی طبق اولویت به دست آمده، عایدی‌های بازی را مشخص کرد. ۲- برای بیان متغیرهای فازی از اعداد نوتروسافیک استفاده گردید که شامل توابع عضویت درستی، نامعینی و نادرستی هستند. ۳- برای حل مسأله بازی با عایدی‌های نوتروسافیک از مفهوم تقریب نزدیکترین بازه استفاده گردید و بدین ترتیب نیازی به غیرفازی‌سازی با توابع رتبه‌بندی نبود. ۴- با توجه به فرآیند روش پیشنهادی، بدیهی است که این روش قابل استفاده در مسائل بازی با عایدی‌های بازه‌ای نیز می‌باشد. برای پژوهش‌های آتی، گسترش این مساله با استفاده از مفاهیم بازی ماتریسی چند هدفه و همچنین استفاده از فرایند تحلیل شبکه‌ای برای تعیین ماتریس عایدی پیشنهاد می‌شود. در ضمن پیشنهاد می‌شود مساله طرح شده با شکل کلی اعداد نوتروسافیک مورد بررسی قرار گیرد.

قدردانی

در پایان نویسندگان از تمامی خبرگانی که ما را در انجام این پژوهش یاری نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارند.

منابع

- اختری، محمد؛ کرامتی، محمدعلی و موسوی، سیدعبداله امین. (۱۴۰۲). ارائه مدل مفهومی بلوغ امنیت سایبری برای زیرساخت‌های حیاتی کشور. آینده‌پژوهی دفاعی، ۸(۲۹): ۱۰۱-۱۳۴.
- فرهنگ، سجاد و آروند، حمید. (۱۴۰۲). تأثیر کاربرد فناوری‌های شبیه‌سازی دیجیتال بر یادگیری شناختی اجتماعی رفتار اخلاقی در سازمان‌های نظامی. آینده‌پژوهی دفاعی، ۸(۲۹): ۱۳۵-۱۶۰.
- Morgenstern, O. (1953). Theory of games and economic behavior. Princeton University Press.
- Cantwell, G. L. (2003). Can two person zero sum game theory improve military decision-making course of action selection. *United States Army Command and General Staff College, Fort Leavenworth, KS*.
- Cantwell, G. L. (2003). Can two person zero sum game theory improve military decision-making course of action selection. *United States Army Command and General Staff College, Fort Leavenworth, KS*.
- Wang, J., Fan, K., Su, Y., Liang, S., & Wang, W. (2008, October). Air combat effectiveness assessment of military aircraft using a fuzzy AHP and TOPSIS methodology. In *2008 Asia Simulation Conference-7th International Conference on System Simulation and Scientific Computing* (pp. 655-662). IEEE.
- Caballero, W. N., Lunday, B. J., & Deckro, R. F. (2020). Leveraging

behavioral game theory to inform military operations planning. *Military Operations Research*, *25*(1), 5-22.

- Schelling, T. , The Strategy of Conflict Harvard University Press Cambridge. 1960, MA.
- Fox, W. P. (2016). Applied game theory to improve strategic and tactical military decisions. *Journal of defense management*, *6*(2), 1-7.
- Kamacı, H. J. I. J. o. I. S. , *Linguistic single-valued neutrosophic soft sets with applications in game theory*. 2021. Fox, W. P. (2016). Applied game theory to improve strategic and tactical military decisions. *Journal of defense management*, *6*(2), 1-7.
- Abdel-Basset, M., & Mohamed, M. (2021). Multicriteria group decision making based on neutrosophic analytic hierarchy process: Suggested modifications. *Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 43, 2021*, 246.
- Bigdeli, H., & Tayyebi, J. (2018). Mathematical programming approach to solve and model battle scenarios in decision support system of tactical and operational wargaming. *Defensive Future Studies*, *3*(9), 35-56.
- Bigdeli, H., Hassanpour, H., & Tayyebi, J. (2017). Optimistic and pessimistic solutions of single and multi-objective matrix games with fuzzy payoffs and analysis of some military cases. journal of Advanced Defense Science and Technology, 8(2), 133-145.
- Smarandache, F. and N. P. Neutrosophy, *Set and Logic*, *Amer. Res. Press, Rehoboth, USA. (1998).*
- Saaty, T. L. (1990). How to make a decision: the analytic hierarchy process. European journal of operational research, 48(1), 9-26.